



## آزمون دوم

زمان آزمون: ۵ ساعت

آزمون‌های عملی نهایی دوره‌ی ۲۶ المپیاد کامپیوتر

۲۰ شهریور ۱۳۹۵

آزمون‌های عملی نهایی دوره‌ی ۲۶ المپیاد کامپیوتر  
۲۰ شهریور ۱۳۹۵  
آزمون سوم

Chubby twins

توپولوهای به هم چسبیده (twins)

محدودیت زمانی: ۲ ثانیه

محدودیت حافظه: ۲۵۶ مگابایت

پیمان به علی قول داده است که در آموزش درس الگوریتم دوره تابستان به او کمک خواهد کمک کرد. مشکل اینجاست که او در مشهد زندگی می‌کند و دوست ندارد مدت زیادی از خانه‌اش دور باشد. به همین دلیل علی از او خواسته تنها دو مبحث از  $n$  مبحث درس الگوریتم را آموزش بدهد.

درس الگوریتم  $n$  مبحث دارد که هر کدام از مبحث‌ها ممکن است پیش‌نیاز تعدادی از مبحث‌های دیگر باشند. ترتیب آموزش مبحث‌ها در دوره‌ی تابستان مشخص نیست ولی می‌دانیم که روابط پیش‌نیازی در این ترتیب رعایت خواهند شد. (اگر مبحثی پیش‌نیاز یک مبحث دیگر باشد قطعاً زودتر آموزش داده می‌شود) همچنین می‌دانیم که آموزش یک مبحث دقیقاً یک روز طول می‌کشد و طبق برنامه قرار است در طی  $n$  روز تمامی مبحث‌های درس الگوریتم آموزش داده شود.

پیمان در نظر دارد که در طی یک سفر دو روزه به تهران به قول خود عمل کند، دو مبحث در درس الگوریتم آموزش دهد، و به خانه برگردد. به همین خاطر او باید دو مبحث را به نحوی انتخاب کند که در هر ترتیبی از مبحث‌ها که برای آموزش الگوریتم انتخاب می‌شود، آن دو مبحث در دو روز متوالی در برنامه بیایند. همچنین پیمان دوست ندارد مبحث‌هایی که آموزش می‌دهد نامرتب باشند و می‌خواهد به شکلی آن دو مبحث را انتخاب کند که یکی از آن‌ها پیش‌نیاز دیگری باشد. او به چه روش‌هایی می‌تواند دو مبحث را با شرایط دلخواهش انتخاب کند؟

## ورودی

در خط اول ورودی دو طبیعی  $n$  و  $m$ ، نشان‌دهنده‌ی تعداد مبحث‌های درس الگوریتم و تعداد روابط پیش‌نیازی بین مبحث‌ها، آمده است. در  $m$  خط بعدی ورودی، در هر خط دو عدد طبیعی  $v_i$  و  $u_i$  آمده است که نشان‌دهنده‌ی این است که مبحث  $v_i$  پیش‌نیاز مبحث  $u_i$  است.

## خروجی

در خط اول خروجی  $k$  تعداد روش‌هایی که پیمان می‌تواند دو مبحث با شرایط گفته شده را انتخاب کند چاپ کنید. در  $k$  خط بعدی خروجی در هر خط دو عدد  $a_i$  و  $b_i$  را چاپ کنید به طوری که مبحث  $a_i$  پیش‌نیاز مبحث  $b_i$  باشد و این دو مبحث یک روش دلخواه پیمان باشند. ترتیب خروجی باید به شکلی باشد که به ازای هر  $i$  و  $j$  که  $i < j$  یا اگر  $a_i = a_j$  یا  $b_i < b_j$ .

## محدودیت‌ها

- $1 \leq n, m \leq 5 \times 10^5$
- $1 \leq m \leq \binom{n}{2}$
- $1 \leq v_i, u_i \leq n, v_i \neq u_i$
- تضمین می‌شود هر رابطه پیش‌نیازی بین دو مبحث حداکثر یک بار در ورودی آمده است.

- تضمین می‌شود ترتیبی برای آموزش مبحث‌ها وجود دارد که در آن تمام رابطه‌های پیش‌نیازی رعایت شده باشد.

## زیرمسئله‌ها

محدودیت‌ها	نمره	زیرمسئله
$n \leq 9$	۹	۱
$n, m \leq 1000$	۲۱	۲
$n \leq 1000$	۱۷	۳
بدون محدودیت اضافی	۵۳	۴

## ورودی و خروجی نمونه

ورودی استاندارد	خروجی استاندارد
4 4 1 2 1 3 2 4 3 4	0
6 5 1 2 2 3 3 4 3 5 5 6	2 1 2 2 3
4 6 4 3 4 2 4 1 3 2 3 1 2 1	3 2 1 3 2 4 3

آزمون‌های عملی نهایی دوره‌ی ۲۶ المپیاد کامپیوتر  
۲۰ شهریور ۱۳۹۵  
آزمون سوم

Hands

نان بیار، کباب ببر (hands)

محدودیت زمانی: ۲ ثانیه

محدودیت حافظه: ۲۵۶ مگابایت

در تورنمنت جهانی «نان بیار، کباب ببر»، ورزشکاران با قدرت دستهایشان شناخته می‌شوند. در این مسابقات،  $n$  ورزشکار شرکت کرده‌اند که قدرت دست راست ورزشکار  $i$ -ام،  $r_i$  و قدرت دست چپش  $l_i$  است. در این مسابقات، در هر مرحله، مسابقه‌ای بین دو ورزشکار انجام می‌شود و فرد بازنده از تورنمنت حذف می‌شود. بنابراین بعد از  $n - 1$  مرحله، تنها یک فرد در تورنمنت باقی می‌ماند که مدال طلای مسابقات را دریافت می‌کند.

اگر مسابقه‌ای بین ورزشکار  $i$  و  $j$  انجام شود، ورزشکار  $i$  شانس پیروزی در این مسابقه را دارد اگر  $l_i > r_j$  و یا  $r_i > l_j$  باشد. برنامه‌ای بنویسید که با گرفتن قدرت دست‌های ورزشکاران، ورزشکارانی را که شانس کسب مدال طلای مسابقات را دارند، پیدا کند.

### ورودی

در خط اول ورودی عدد طبیعی  $n$ ، تعداد ورزشکاران، آمده است. در هر یک از  $n$  خط بعدی، قدرت دست‌های ورزشکاران آمده است. در خط  $i$  از این خطوط، به ترتیب دو عدد طبیعی  $r_i$  و  $l_i$  آمده است که نشان‌دهنده‌ی قدرت دست راست و دست چپ ورزشکار  $i$  است.

### خروجی

در تنها خط خروجی یک رشته‌ی  $n$  حرفی از 0 و 1 چاپ کنید که 1 بودن حرف  $i$ ام این رشته نشان‌دهنده‌ی این است که ورزشکار  $i$ ام شانس قهرمانی دارد.

### محدودیت‌ها

- $1 \leq n \leq 2 \times 10^5$
- $1 \leq l_i, r_i \leq 2 \times n$
- تضمین می‌شود تمامی  $l_i$ ها و  $r_i$ ها متمایز هستند.

زیرمسئله‌ها

محدودیت‌ها	نمره	زیرمسئله
$n \leq 20$	۱۲	۱
$n \leq 200$	۱۶	۲
$n \leq 2000$	۲۸	۳
بدون محدودیت اضافی	۴۴	۴

ورودی و خروجی نمونه

ورودی استاندارد	خروجی استاندارد
2 1 2 3 4	01
4 1 8 6 7 5 4 3 2	1111

آزمون‌های عملی نهایی دوره‌ی ۲۶ المپیاد کامپیوتر  
۲۰ شهریور ۱۳۹۵  
آزمون سوم

Graph conversion

تبدیل گراف (convert)

محدودیت زمانی: ۲ ثانیه

محدودیت حافظه: ۲۵۶ مگابایت

دو گراف  $n$  راسی به شما داده شده است که راس‌های آن‌ها از ۱ تا  $n$  شماره‌گذاری شده‌اند. در هر مرحله می‌توان یال‌های متصل به یک راس در گراف اول را یک بار به صورت ساعتگرد یا پادساعتگرد چرخاند. عمل چرخاندن یک راس مانند  $v$  به این شکل انجام می‌شود که در ازای هر یال از  $v$  به  $u$  در گراف، یک یال جدید از  $v$  به  $next_v(u)$  قرار داده می‌شود و تمامی یال‌های قدیمی راس  $v$  پاک می‌شود. برای حرکت چرخاندن ساعتگرد، تابع  $next$  به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$next_v(u) = \begin{cases} u \oplus 1, & u \oplus 1 \neq v \\ u \oplus 2, & u \oplus 1 = v \end{cases}$$

برای چرخاندن پادساعتگرد نیز تابع  $next$  به طور مشابهی ساخته می‌شود:

$$next_v(u) = \begin{cases} u \oplus -1, & u \oplus -1 \neq v \\ u \oplus -2, & u \oplus -1 = v \end{cases}$$

منظور از عملگر  $\oplus$  جمع دوری است که به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$i \oplus j = \begin{cases} i + j \pmod n, & i + j \not\equiv 0 \pmod n \\ n, & i + j \equiv 0 \pmod n \end{cases}$$

هدف تبدیل گراف اول به گراف دوم در تعدادی حرکت است. آیا این کار امکان پذیر است؟

## ورودی

در خط اول ورودی عدد طبیعی  $n$ ، تعداد راس‌های گراف‌ها آمده است. در  $n$  خط بعدی از ورودی در هر خط یک رشته‌ی  $n$  حرفی از 0 و 1 آمده است که ماتریس مجاورت گراف اول را نشان می‌دهد و 1 بودن حرف  $i$ ام خط  $j$ ام وجود یک یال از  $i$  به  $j$  در گراف اول را نشان می‌دهد. در  $n$  خط بعدی به حالت مشابه ماتریس مجاورت گراف دوم آمده است.

## خروجی

در صورتی که نمی‌توان گراف اول را به گراف دوم تبدیل کرد در یک خط عبارت impossible را چاپ کنید.

در غیر این صورت ابتدا تعداد حرکات لازم برای تبدیل گراف اول به گراف دوم را چاپ کنید و در خطوط بعدی حرکات را به شکل  $v -$  یا  $v +$  چاپ کنید.  $v -$  یک چرخاندن ساعتگرد بر روی راس  $v$  و  $v +$  یک چرخاندن پادساعتگرد بر روی راس  $v$  را نشان می‌دهد. دقت کنید لزومی ندارد که تعداد حرکات مینیمم باشد و جواب شما اگر کمتر از ۳۰۰۰۰۰۰ حرکت داشته باشد قابل قبول است.

## محدودیت‌ها

- $1 \leq n \leq 50$
- تضمین می‌شود ماتریس‌های ورودی متقارن هستند و درایه‌های روی قطرشان برابر با صفر است.

## زیرمسئله‌ها

محدودیت‌ها	نمره	زیرمسئله
$n \leq 7$	۱۱	۱
تضمین می‌شود درجه هر راس در گراف‌ها دقیقاً یک است.	۱۱	۲
تضمین می‌شود گراف‌ها درخت هستند.	۲۲	۳
بدون محدودیت اضافی	۵۶	۴

## ورودی و خروجی نمونه

ورودی استاندارد	خروجی استاندارد
4	10
0101	+ 2
1000	+ 2
0001	- 3
1010	+ 2
0011	+ 4
0001	- 1
1000	+ 4
1100	+ 1
	- 4
	- 4