

# آزمون پایان ترم المپیاد

تعداد سوال: ۳

زمان: ۴ ساعت و نیم

محدودیت حافظه	محدودیت زمان	ورودی / خروجی	امتیاز	سوال
64 MB	1000 ms	Standard	100	شکلات خورهای استانیسلاو
64 MB	1000 ms	Standard	100	بلوک های باینری
256 MB	1000 ms	Standard	100	مسیر کم رنگ

لطفا قبل از شروع کار موارد زیر را به دقت مطالعه کنید:

- این آزمون شامل ۳ سوال است که هر کدام ۱۰۰ امتیاز دارند. برای حل سوالات ۴ ساعت و نیم وقت دارید. در صورت عدم بروز مشکل جدی این زمان تمدید نخواهد شد
- برای حل سوالات تنها از زبان سی پلاس پلاس می‌توانید استفاده کنید. فرمت ورودی و خروجی استاندارد است. بعد از آپلود کد در سایت مسابقه نمره ی کسب شده برای شما نمایش داده میشود اما فرمت نمره دهی این آزمون با فرمت نمره دهی سایت کوئرا متفاوت است:
- سامانه کوئرا درصد تست هایی که برنامه شما درست خروجی داده را اعلام میکند. شما با کلیک بر روی نمره نمایش داده شده می‌توانید جزئیات آن را ببینید. یعنی چه تست هایی را درست خروجی داده اید در چه تست هایی محدودیت زمان یا حافظه را نقض کردید و ....
- اما نمره دهی این آزمون به این صورت است که هر سوال از تعدادی زیر مسئله تشکیل شده و در واقع ۱۰۰ نمره بین این زیر مسئله ها پخش شده است. برای مثال اگر یک زیر مسئله ۲۰ نمره داشته باشد شما تنها در صورتی ۲۰ نمره را می‌گیرید که تمام تست های مربوط به آن زیر مسئله را درست پاسخ داده باشید و حتا از دست دادن ۱ تست باعث میشود نمره ای از آن زیر مسئله نگیرید. هم چنین با توجه به محدودیت های سایت کوئرا در صورت سوال شماره ی تست های مربوط به هر زیر مسئله گفته میشود مثلا گفته میشود: «تست های ۱ تا ۵ سوال مربوط به زیر مسئله ی ۱ است» شما بعد از ارسال فایل می‌توانید در سایت بررسی کنید تست های ۱ تا ۵ را درست جواب داده اید یا نه و بنابراین می‌توانید نمره ی اکتسابی خود را از سوال محاسبه کنید. پس لزوما نمره شما همان نمره ای نیست که سایت کوئرا اعلام میکند.
- ممکن است تست کیس ها در طول مسابقه تغییر کنند که در این صورت کد های شما مجددا داوری میشوند و به شما اطلاع داده میشود. هم چنین ممکن است تست کیس ها بعد از پایان مسابقه هم تغییر کنند و کد های شما مجددا داوری شوند.
- تنها ارسال نهایی شما (آخرین ارسال به صورت پیش فرض) برای هر سوال ملاک نمره دهی میباشد. برای تغییر ارسال نهایی می‌توانید کنار سامعیشن خود روی تیک گزینه ی نهایی کلیک کنید.
- سعی بر این است نتایج و رتبه بندی مسابقه تا پایان روز دوشنبه اعلام شود. پاسخ و راه حل سوالات هم کمی بعد از اتمام مسابقه برایتان ارسال میشود.
- در طول مسابقه اطلاعیه ها به ایمیل شما ارسال میشود.

# شکلات خورهای استانیسلاو

محدودیت زمان: ۱ ثانیه

محدودیت حافظه: ۶۴ مگابایت

استانیسلاو در شهر مفت خورها زندگی میکند اما برخلاف سایر افراد شهر او فرد مفت خوری نیست و برعکس انسان بخشنده ای است! او هرروز صبح جیبش را از شکلات پر میکند و در خیابان های شهر راه می افتد و به خانه ی  $k$  نفر مفت خور میرود و به هر کدام یک شکلات هدیه میدهد! شهر مفت خورها را میتوانی به صورت یک گراف ساده همبند در نظر بگیری که خانه ها رئوس گراف و خیابان های آن است و هر خیابان دقیقا دو خانه را به هم متصل میکند و برای گردش در شهر باید حتما از خیابان ها رد شد.

مفت خورها در خانه های  $a_1, a_2, \dots, a_k$  حضور دارند و استانیسلاو اول صبح از خانه اش (راس  $S$ ) شروع به حرکت میکند تا به آنها شکلات دهد. ممکن بعضی از مفت خورها در یک خانه باشند و یا حتی تعدادی از آنها در خانه ی استانیسلاو زندگی کنند! عبور از هر یال ۱ دقیقه طول میکشد (گراف شهرها بدون وزن است). در مسیر حرکت استانیسلاو محدودیتی برای عبور از راس ها و یال های تکراری وجود ندارد. همچنین مفت خورها میتوانند در ابتدای هر دقیقه در خانه ی خود بمانند و یا خودشان هم حرکت کنند و به یکی از خانه های مجاور بروند تا هم زودتر به شکلاتشان برسند و هم استانیسلاو زودتر کارش را تمام کند. (استانیسلاو هم میتواند در ابتدای هر دقیقه در خانه ای بماند و حرکت نکند)

نکته ی مهم این است که استانیسلاو حتما باید در خانه ای به مفتخورها شکلات بدهد و نمیتواند مثلا در وسط خیابان این کار را انجام دهد. همچنین فرض کنید اعطای شکلات از سوی استانیسلاو به مفت خورها بلافاصله بعد از قرارگرفتن آنها در خانه ای مشترک انجام میشود.

از آنجایی که استانیسلاو زود خسته میشود و مفت خورها هم صبر و تحمل زیادی ندارند آنها شب قبل با هم هماهنگ میکنند تا چگونه حرکت کنند تا این عملیات زودتر تمام شود. با ورودی گرفتن گراف شهر و خانه های استانیسلاو و مفت خورها کمترین زمان ممکن برای اجرای این عملیات را حساب کنید.

## ورودی

در خط اول ورودی چهار عدد  $n$  (تعداد راس ها)،  $m$  (تعداد یال ها)،  $S$  (خانه ی استانیسلاو) و  $k$  (تعداد مفت خورها) می آیند.

راس های گراف از ۱ تا  $n$  شماره گذاری شده اند.

در خط دوم  $k$  عدد که با فاصله از هم جدا شده اند داده میشود که بیانگر خانه های مفت خورها هستند. (این اعداد بین ۱ تا  $n$  هستند) سپس در  $m$  خط یالهای گراف داده میشود که هر یال در خطی جداگانه با دو راسی که توسط آن یال به هم متصل میشوند داده میشود در حالت کلی شرایط زیر برقرار است:

$$1 \leq m, n, k \leq 5000, 1 \leq S \leq n$$

## خروجی

در خروجی تنها یک عدد (جواب مسئله) را چاپ کنید.

## زیر مسئله ها

- زیرمسئله ۱: ۲۰: ۲ (تست های ۱ و ۲)  $1 \leq n, m, k \leq 50$
- زیرمسئله ۲: ۱۰: ۳ (تست ۳)  $m = n-1, k \leq 100$
- زیرمسئله ۳: ۷۰: ۴ (تست های ۴ تا ۱۰) محدودیت اضافه ای وجود ندارد.

## ورودی و خروجی نمونه

ورودی نمونه	خروجی نمونه
5 5 3 4 2 1 3 4 1 2 2 4 4 3 4 1 2 5	1
5 4 1 2 2 3 1 5 5 2 1 4 4 3	2

در مثال اول یکی از مفت خورها در خانه ی استانیسلاو است پس در همان زمان + شکلاتش را میگیرد؛ راه بهینه برای بقیه اینگونه است: مفت خور آخر سر جای خود میماند؛ استانیسلاو و مفت خورهای اول و دوم به خانه ی ۴ میروند و در ۱ دقیقه عملیات تمام میشود

در مثال دوم بهترین راه این است که استانیسلاو در خانه ی خود منتظر بماند تا دو مفت خور به آن جا برسند که نهایتاً ۲ دقیقه طول میکشد.

# بلوک های باینری

محدودیت زمان: ۱ ثانیه

محدودیت حافظه: ۶۴ مگابایت

نمایش اعداد در مبنای ۲ را در نظر بگیرید. به تعداد ناصفیری یک که پشت سر هم قرار گرفته باشند یک بلوک میگویند. بلوک ها غیر قابل گسترش (ماکسیمال) هستند؛ برای مثال عدد ۱۰ در مبنای ۲ به صورت ۱۰۱۰ است و دارای ۲ بلوک است. عدد ۱۵ به صورت ۱۱۱۱ است و از یک بلوک تشکیل شده و عدد ۱۰۰۰۱۱۱۱۰۱۰۰۰۰۱۱۱۱۰۰ از ۴ بلوک تشکیل شده است.

در این سوال دو عدد  $a$  و  $b$  به شما داده میشود و باید تعداد اعداد بین  $a$  و  $b$  (شامل خود این دو عدد) را بیابید که تعداد بلوک هایشان حداکثر  $k$  تا باشد.

## ورودی

ورودی شامل تنها یک خط است که به ترتیب از چپ به راست اعداد  $a$  و  $b$  و  $k$  می آیند:  $1 \leq k \leq 30$   $1 \leq a \leq b \leq 10^{18}$

## خروجی

در خروجی تنها یک عدد (جواب مسئله) را چاپ کنید.

## زیر مسئله ها

- زیرمسئله ۱: ۱۰ غره (تست های ۱ و ۲):  $1 \leq a, b \leq 10^7, 1 \leq k \leq 15$
- زیرمسئله ۲: ۱۵ غره (تست های ۳ تا ۵)  $k = 1$
- زیرمسئله ۳: ۳۰ غره (تست های ۶ تا ۱۱)  $a$  و  $b$  توانهای دو هستند.
- زیرمسئله ۴: ۴۵ غره (تست های ۱۲ تا ۲۰) محدودیت اضافه ای وجود ندارد.

## ورودی و خروجی نمونه

ورودی نمونه	خروجی نمونه
1 25 2	24
20 30 1	3

در مثال اول فقط عدد ۲۱ است که از ۳ بلوک تشکیل شده و باقی اعداد حداکثر ۲ بلوک دارند  
در مثال دوم اعداد ۲۴ و ۲۸ و ۳۰ از یک بلوک تشکیل شدند.

# مسیر کم رنگ

محدودیت زمان: ۱ ثانیه

محدودیت حافظه: ۲۵۶ مگابایت

یک گراف (نه لزوماً ساده) بدون جهت داده شده است که یالهای آن رنگی هستند. مسیری را از راس ۱ به  $n$  پیدا کنید که کمترین تعداد تغییر رنگ را در طول مسیر بین همه ی مسیرهای موجود بین این دو راس داشته باشد.

## ورودی

در خط اول ۳ عدد  $n$  (تعداد راس ها)؛  $m$  (تعداد یال ها)؛ و  $k$  (تعداد رنگ ها) می آید.  
در هر یک از  $m$  خط بعدی دو راس تشکیل دهنده ی یال و رنگ آن یال می آیند.  
راس ها از ۱ تا  $n$  شماره گذاری شده اند و رنگ یال ها هم با اعداد طبیعی از ۱ تا  $k$  اعلام می شوند.

## خروجی

در خروجی کمترین تعداد تغییر رنگ ممکن را چاپ کنید. اگر جوابی وجود نداشت عبارت NoPath را عیناً خروجی دهید.

## زیر مسئله ها

- زیرمسئله ۱: ۱۰ غره (تست های ۱ و ۲)  $k = 1, 1 \leq n, m \leq 5000$
- زیرمسئله ۲: ۳۵ غره (تست های ۳ تا ۹)  $1 \leq n, m \leq 100, 1 \leq k \leq 10$
- زیرمسئله ۳: ۵۵ غره (تست های ۱۰ تا ۲۰)  $1 \leq n, m, k \leq 2000$

## ورودی و خروجی نمونه

ورودی نمونه	خروجی نمونه
5 5 2 1 2 1 2 3 2 3 4 2 4 5 2 3 5 1	1

در این مثال مسیر ۱-۲-۳-۴-۵ فقط یک بار تغییر رنگ دارد (وقتی با رنگ ۱ وارد راس ۲ میشویم و با رنگ ۲ از آن خارج میشویم) دقت کنید که طول مسیر و تعداد رنگ های مختلف مسیر در این سوال اهمیتی ندارد و فقط تعداد دفعات تغییر رنگ مهم است